

用地測量 面積計算

<試験合格へのポイント>

座標法による面積計算に関する問題は、その出題回数からも定番問題と言えるが、計算自体はそれほど難しいものではなく、計算表を作成しその中に数値を当てはめていくことで答えを導くことができる。過去問をしっかりとこなし、計算手順を覚えれば点の取りやすい問題と言える。

士補試験に出題される問題は過去の例を見ても、座標が簡単な数値に置き換えることができるようになっている。計算ミスや煩雑さを避けるためにも、与えられた座標値を簡単な数字に直してから解くようにしたい。

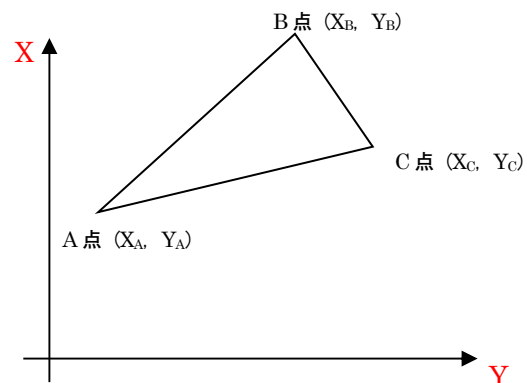
(★★★：最重要事項 ★★：重要事項 ★：知っておくと良い)

● 座標法による面積計算の方法 ★★★

各点の座標値が与えられている場合の面積計算は、座標法により計算することができる。以下に座標法による面積計算の手順について記す。

- ① 問題文より、座標で囲まれた面積の概略図を描く。

- ※ 実際には描く必要はないが、描いたほうが理解しやすい。
- ※ 平面直角座標系であるため、X軸と、Y軸の向きに注意する。
- ※ 原点を適当に移動することにより、端数がなくなり、計算が容易になる。



- ② 次のような表を作成する。(必ず覚える)

点	X	Y	$Y_{n+1}-Y_{n-1}$	$X \times (Y_{n+1}-Y_{n-1})$
A				
B				
C				
合計 (倍面積)				
面積 (倍面積 ÷ 2)				

※ ここで、

$Y_{n+1}-Y_{n-1}$: (1つ先のY座標の値) - (1つ前のY座標の値)

$X \times (Y_{n+1}-Y_{n-1})$: (その点のX座標の値) × $\{Y_{n+1}-Y_{n-1}\}$

この表を式で表すと、次のようになる。

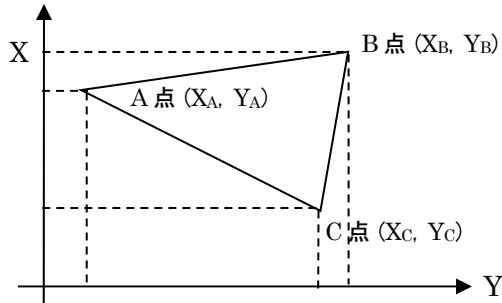
$$2S = \left| \sum X_n (Y_{n+1}-Y_{n-1}) \right|$$

$$(\text{倍面積}) = \left| \sum (\text{その点のX座標値}) \times \{(\text{1つ先のY座標値}) - (\text{1つ前のY座標値})\} \right|$$

ここで計算される面積は、「倍面積」であるため2で割り、面積を計算する。

● 座標法による面積計算について（証明） ※覚える必要はない

次図のような三角形の面積を座標法によって求める場合を考えると次のようになる。



前図の三角形の面積を求める場合、次図のように「赤い四角形」から「青い四角形」を引けばよいことが解る。

まず、赤い四角形の面積を考える。

台形であるため、(上底+下底) × (高さ) × 1/2
により、求められる。

そこで、

- ・ 上底： Y_B
- ・ 下底： Y_C
- ・ 高さ： $(X_B - X_C)$ とすると、
 $(Y_B + Y_C) (X_B - X_C) \cdot 1/2$ となる。

同様に、青の三角形の面積を求めると次のようになる。

$$1 : (Y_A + Y_B) (X_B - X_A) \cdot 1/2$$

$$2 : (Y_A + Y_C) (X_A - X_C) \cdot 1/2$$

求めるべき三角形の面積は、

「赤の四角形」－「青の四角形」によって、求められる
ため、上式をまとめると

$$(Y_B + Y_C) (X_B - X_C) \cdot 1/2 - (Y_A + Y_B) (X_B - X_A) \cdot 1/2 - (Y_A + Y_C) (X_A - X_C) \cdot 1/2$$

これを分解すると

$$1/2 \{ (X_B Y_B + X_B Y_C - X_C Y_B - X_C Y_C) - (X_B Y_A + X_B Y_B - X_A Y_A - X_A Y_B) - (X_A Y_A + X_A Y_C - X_C Y_A - X_C Y_C) \}$$

さらにこれをまとめると

$$1/2 (+X_B Y_C - X_C Y_B - X_B Y_A + X_A Y_B - X_A Y_C + X_C Y_A)$$

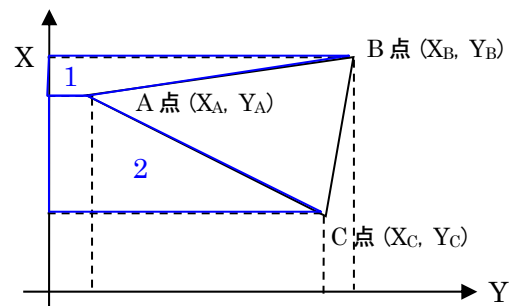
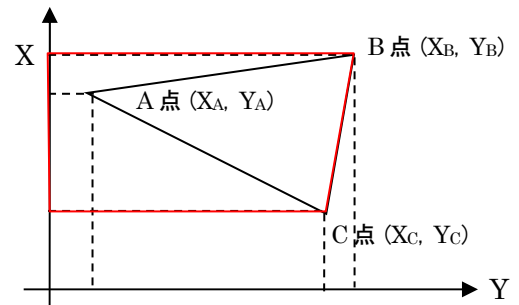
Xについてもまとめると次のようになる。

$$1/2 \{ X_A (Y_B - Y_C) + X_B (Y_C - Y_A) + X_C (Y_A - Y_B) \}$$

これを言葉で表わすと、

$$1/2 \{ \sum (\text{その点のX座標値}) \times (\text{次の点のY座標値} - 1\text{つ前の点のY座標値}) \}$$

よって、式が成り立つ。



◆ 過去問題にチャレンジ！ (H18-7-C)

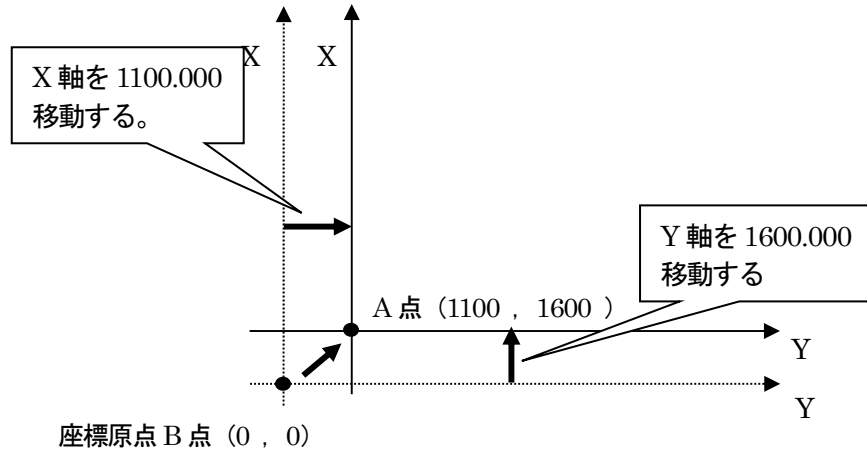
境界杭 A, B, C, D を結ぶ直線で囲まれた四角形の土地の測量を行い、表 7-1 に示す平面直角座標系の座標値を得た。この土地の面積はいくらか。次の中から選べ。

境界杭	X 座標 (m)	Y 座標 (m)
A	+1100.000	+1600.000
B	+1112.000	+1598.000
C	+1109.000	+1615.000
D	+1097.000	+1612.000

1. 155.0 m²
2. 175.5 m²
3. 182.5 m²
4. 310.0 m²
5. 351.0 m²

< 解 答 >

1. 座標原点を移動し、座標値を計算しやすい数値にする。



※ X軸を 1100.000 へ、Y軸を 1600.000 へ移動したとして考える。

境界杭	X座標 (m)	Y座標 (m)
A	$+1100.000 - 1100.000 = 0.000$	$+1600.000 - 1600.000 = 0.000$
B	$+1112.000 - 1100.000 = +12.000$	$+1598.000 - 1600.000 = -2.000$
C	$+1109.000 - 1100.000 = +9.000$	$+1615.000 - 1600.000 = +15.000$
D	$+1097.000 - 1100.000 = -3.000$	$+1612.000 - 1600.000 = +12.000$

境界杭	X座標 (m)	Y座標 (m)
A	0.000	0.000
B	+12.000	-2.000
C	+9.000	+15.000
D	-3.000	+12.000

※ このような数字のほうが、手計算で計算しやすい。

2. 次のような計算表を作成し数値を入れる。

	X	Y	$X(Y_{n+1} - Y_{n-1})$
A	0.000	0.000	0.000
B	+12.000	-2.000	+180.000
C	+9.000	+15.000	+126.000
D	-3.000	+12.000	+45.000
倍面積			+351.000
面積			175.500

よって、境界杭 A, B, C, D で囲まれた土地の面積は、 175.5 m^2 となる。

解答 2

◆ 過去問題にチャレンジ！ (H20-7-B)

図7-1のように直交する道路に接した五角形の土地ABCDEを、同じ面積の長方形の土地AFGEに整正したい。トータルステーションを用いて点A、B、C、D、Eを測定したところ、表7-1の結果を得た。土地AFGEに整正するには、点GのX座標値をいくらにすればよいか。最も近いものを次の中から選べ。

ただし、表7-1は平面直角座標系における座標値とする。

1. 45.000m
2. 53.400m
3. 56.220m
4. 57.400m
5. 59.220m

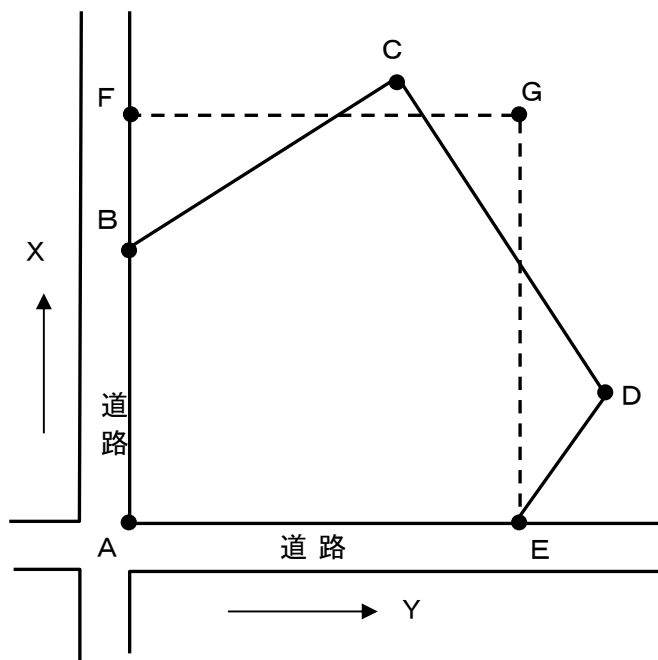


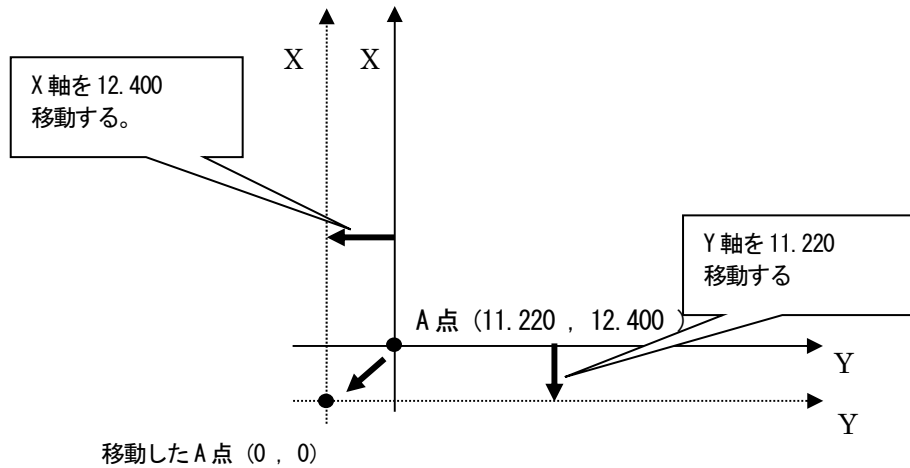
図7-1

表7-1

点	X (m)	Y (m)
A	11.220	12.400
B	41.220	12.400
C	61.220	37.400
D	26.220	57.400
E	11.220	47.400

< 解 答 >

1. 土地ABCDEの面積を求めるため、座標原点を移動し座標値を計算しやすい数値にする。



境界杭	X座標 (m)	Y座標 (m)
A	$+11.220 - 11.220 = 0.000$	$+12.400 - 12.400 = 0.000$
B	$+41.220 - 11.220 = 30.000$	$+12.400 - 12.400 = 0.000$
C	$+61.220 - 11.220 = 50.000$	$+37.400 - 12.400 = 25.000$
D	$+26.220 - 11.220 = 15.000$	$+57.400 - 12.400 = 45.000$
E	$+11.220 - 11.220 = 0.000$	$+47.400 - 12.400 = 35.000$

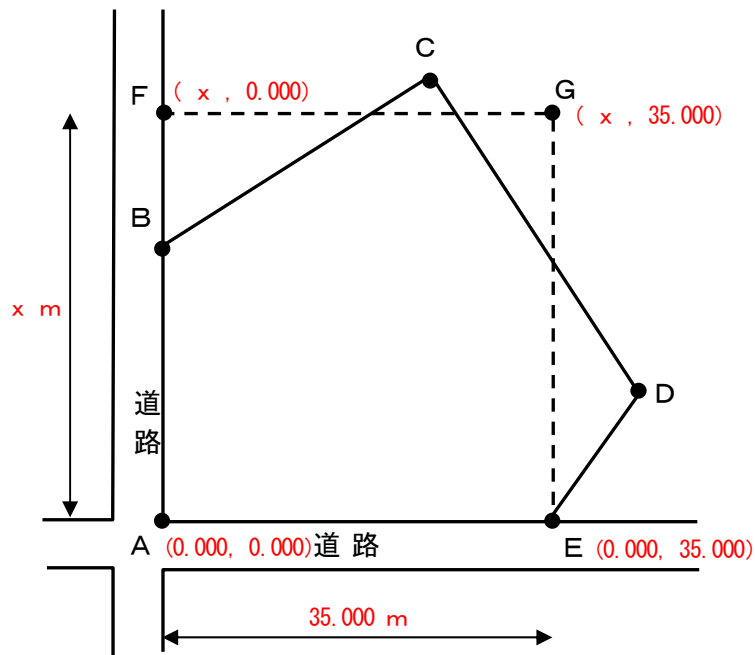
2. 次のような計算表を作成し、数値を入れ倍面積、面積と計算する。

	X	Y	$(Y_{n+1} - Y_{n-1})$	$X(Y_{n+1} - Y_{n-1})$
A	0.000	0.000	-35.000	0.000
B	+30.000	0.000	+25.000	+750.000
C	+50.000	+25.000	+45.000	+2250.000
D	+15.000	+45.000	+10.000	+150.000
E	+0.000	+35.000	-45.000	0.000
倍面積				3150.000
面積				1575.000

よって、

境界杭 A, B, C, D, E で囲まれた土地の面積は、1575.000 m² となる。

3. ここで問題の図を見ると、次のように考えられる。



求めるべき土地A, F, G, Eは、問題文より長方形であるため、その面積は、 $35.000 \text{ m} \times x$ となる。

土地の面積を変えないため、2. で求めた面積を用いて、次の式を組み立てる。

$$1575.000 \text{ m}^2 = 35.000 \text{ m} \times x \quad \text{よって、} x = 45.000 \text{ m}$$

ここで、1. において、計算の都合上座標値を移動しているため、これを加えると次のようになる。

$$45.000 + 11.220 = 56.220$$

よって、点GのX座標は、56.220 mとなる。

解答：3

◆ 過去問題にチャレンジ！ (H15-7-D)

ある三角形の土地の面積を測定するため、公共測量で設置された3級基準点から、トータルステーションを使用して測量を実施した。表7-1は、3級基準点から、三角形の頂点にあたる地点A、B、Cを測定した結果を示している。この土地の面積に最も近いものはどれか。次の中から選べ。
なお、関数の数値が必要な場合は、巻末の関数表を使用すること。

1. 290.5 m²
2. 351.7 m²
3. 412.6 m²
4. 521.8 m²
5. 637.4 m²

地点	方向角	平面距離
A	0° 00′ 00″	40.000m
B	30° 00′ 00″	32.000m
C	300° 00′ 00″	24.000m

< 解 答 >

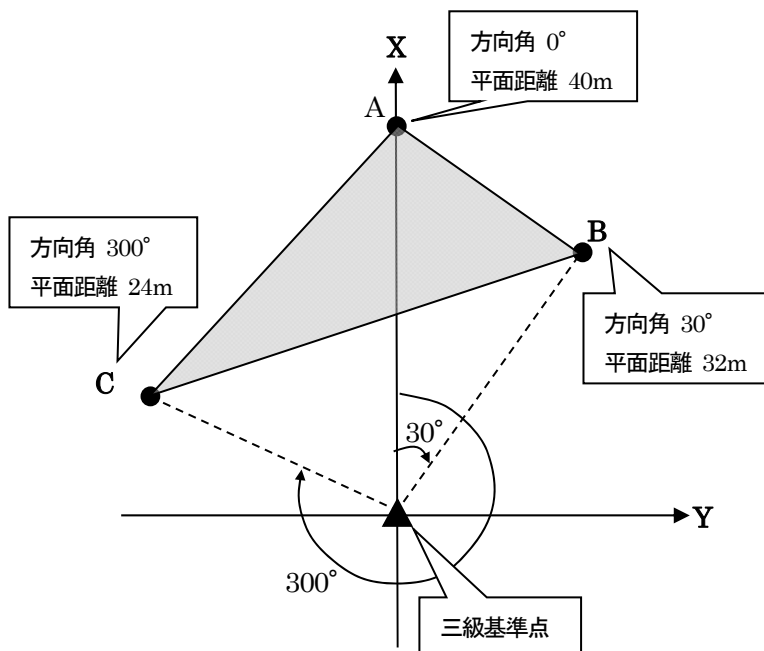
この問題は、次の2つの手順によって解けばよい。

- ① 各点における座標値の計算
- ② 座標法における面積の計算

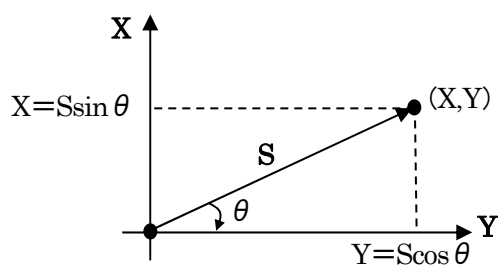
① 座標値の計算

問題文を図に描くと、右図のようになる。

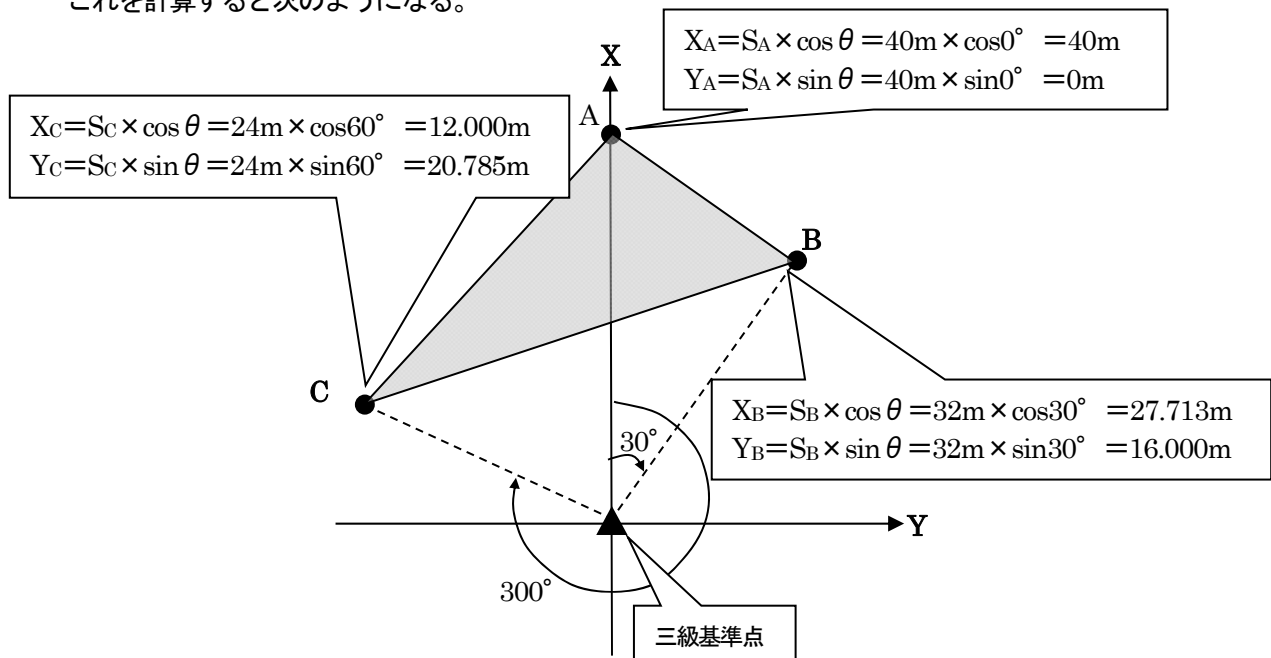
ここで、三級基準点の座標値を(0,0)として、A～Cの各点の座標値を求めればよい。



座標値の計算方法は、右図の通りである。



これを計算すると次のようになる。



- ※ $\cos 300^\circ$ は $\cos (360^\circ - 300^\circ) = \cos 60^\circ$ 同様に $\sin 60^\circ$ とした。符号は、座標位置より判断したほうが理解しやすい。
- ※ 図中の S は平面距離を表す。

② 座標法による面積計算。

点	X	Y	$Y_{n+1} - Y_{n-1}$	$X \times (Y_{n+1} - Y_{n-1})$
A	40.000	0.000	36.785	1471.400
B	27.713	16.000	-20.785	-576.015
C	12.000	-20.785	-16.000	-192.000
合計 (倍面積)				703.385
面積 (倍面積 ÷ 2)				351.693

よって、点 ABC で囲まれた、三角形の土地の面積は、 351.7 m^2 となる。

解答：2