

路線測量 単曲線の設置

<試験合格へのポイント>

単曲線の設置（カーブセッティング）に関する問題は、測量士補試験における定番問題である。この問題を解くポイントは、「公式を覚える」、「単曲線の性質を覚える」、「過去問をこなす」の3つである。出題内容は、「IP 杭が設置できない場合」、「障害物による路線変更」、「その他」に分類されるが、基本的に過去問題をこなしておけば問題はない。

また、解答手順としては、基本的に問題文に図が描かれているため、これに与えられた数字を書き込むところから始めると良い。

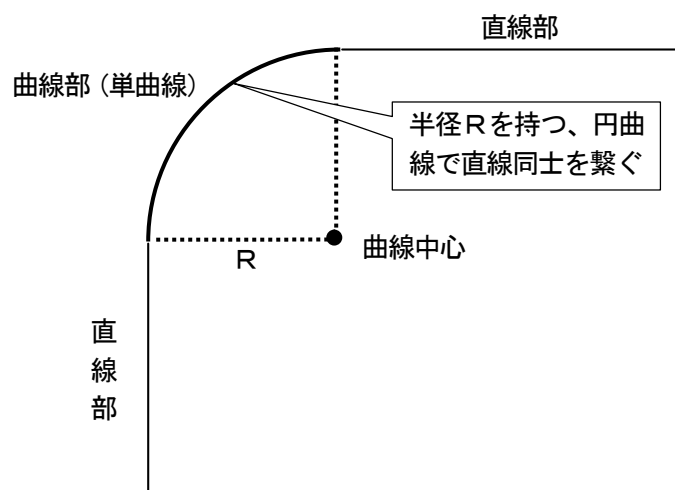
(★★★★：最重要事項 ★★：重要事項 ★：知っておくと良い)

● 単曲線の設置とは

道路などの線状構造物は、上空から平面的に見た「平面線形」とこれを中心線より縦に切って見た「縦断線形」、さらに中心線から縦断方向に直角に切って見た「横断線形」によって構成されている。線状構造物の測量は、定められた平面線形の中心線を現地に測設し、ついで細部の測量が行われるのが一般的である。

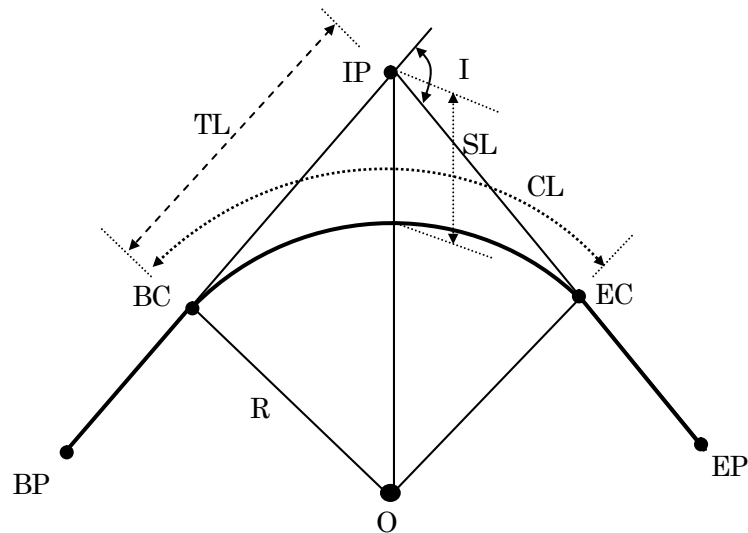
また、一般的な平面線形は、「直線部」と「曲線部」によって構成され、異なる方向の直線をつつの円曲線によって接続する基本的な曲線を「単曲線」と呼ぶ。単曲線は、コンパスで描く単純な円の一部、つまり円弧となる。

作業規定の準則によれば、路線測量は、線状構造物を建設するための調査、計画、実施設計等に用いられる測量を言い、線状構造物とは道路や水路などの幅に比べて延長が長い構造物を言うが、測量士補試験においては、道路に関するものしか出題されていない。また、一般的に路線測量と言えば道路に関する測量を言うため、ここでは道路に関する路線測量の単曲線設置について解説する。



● 単曲線の各部の記号と諸公式 ★★★

単曲線の各部の記号と講師に関しては、以下のとおりである。特に、記号が単曲線のどの部分を指すのかと、基本の3公式はしっかりと覚えておきたい。



BC : 円曲線始点 (Beginning Curve)
 EC : 円曲線終点 (End Curve)
 IP : 交点 (Intersection Point)
 R : 半径 (Radius of curve)
 I : 交角 (Intersection Angle)
 O : 中心点
 BP : 路線始点 (Beginning Point)
 EP : 路線終点 (End Curve Point)
 TL : 接線長 (Tangent Length)
 CL : 曲線長 (Curve Length)
 SL : 外割長 (セcant) (Secant Length)

$$TL = R \tan \frac{I}{2}$$

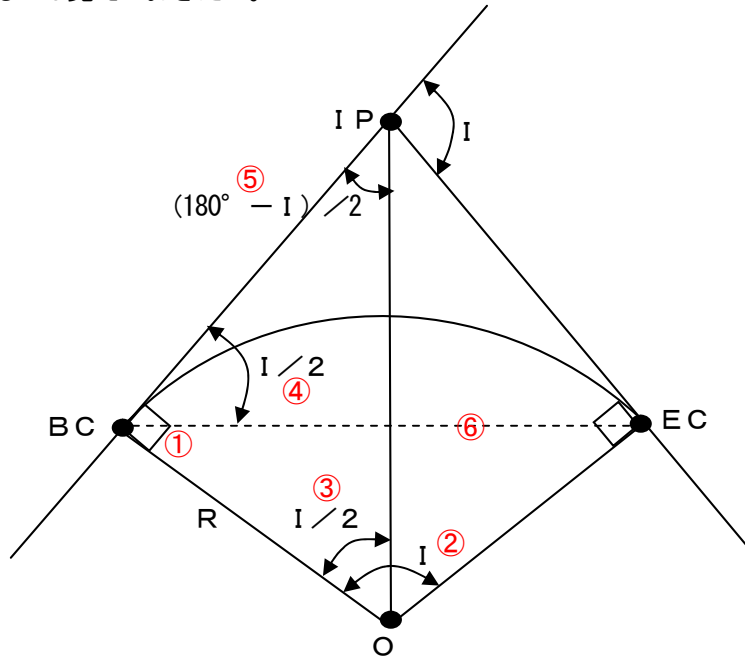
$$CL = R I \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$SL = R \left(\frac{1}{\cos \frac{I}{2}} - 1 \right)$$

$$= \sqrt{TL^2 + R^2} - R$$

● 覚えておいたほうがよい、単曲線の性質 ★★

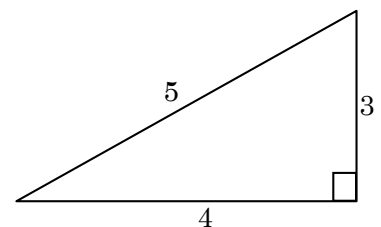
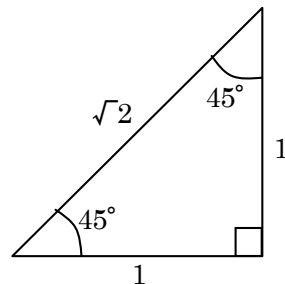
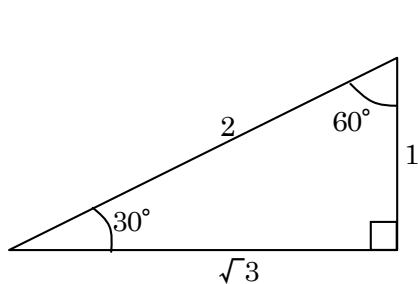
単曲線は、以下に記すような性質をもつ。全てを覚える必要はないが、問題を手早く解答するために、代表的なものは覚えておきたい。



- ① 接線が半径と交わる角度は、 90°
- ② 単曲線の内角は、交角 I と等しい
- ③ $\angle IP-O-BC$ は、交角の半分 ($I/2$)
- ④ $\angle IP-BC-EC$ ($IP-EC-BC$) は、交角の半分 ($I/2$)
- ⑤ $\angle BC-IP-O$ は、 $(180^\circ - I) / 2$
- ⑥ $BC-EC$ 間の距離 (L : 長弦) は、 $L=2R \sin I/2$

● 三角比について ★

以下に挙げる特定角度の三角比は、ぜひ覚えておきたい。



- ※ 三角比で求める事のできない三角関数の場合は、問題に添付されている三角関数表から求める。
- ※ 過去には、単曲線の公式が解らなくとも、三角比だけで解くことのできる問題が出題されている。

● 偏角法による単曲線の設置 ★★

1. 偏角とは

偏角とは、図のように単曲線の接線 (BC—IP) と、円弧上の任意の点 P (BC—P) に挟まれた角 δ を言う。

ここで C (BC—P) を弧長、 I (BC—P) を弦長とすると、

$$C = 2\delta R \text{ (rad)} \quad ①$$

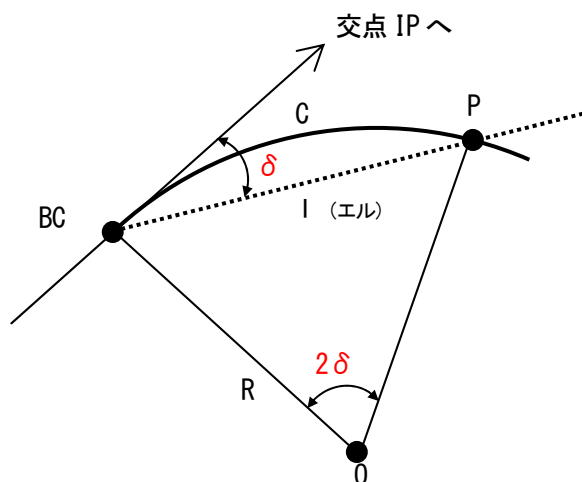
$$I = 2R \sin \delta \quad ②$$

と、表す事ができる。

実際には弧長 C ではなく弦長 I を BC から測り、IP から偏角を振って点 P を測設するため、

①式を変形すると、 $\delta = \frac{I}{2R} \times \rho^\circ$ となり、これ

が偏角 δ を求める式となる。



2. 弧長と弦長の誤差について

弧長 C と弦長 I の誤差であるが、上記の①、②式用いて次のように考える。

$I=20\text{m}$ 、 $R=200\text{m}$ とすると、

$$\delta = \sin^{-1} (I / (2 \times 200\text{m})) = 2^\circ 51' 57.54'' = 2.866^\circ$$

$$C = 2 \times 2.866^\circ \times 200\text{m} \times (\pi / 180^\circ) = 20.008\text{m}$$

$$C - I = 20.008\text{m} - 20.000\text{m} = 8\text{mm}$$

となり、弧長と弦長では 8mm ほどの差が出ることが分かる。

しかし、偏角 δ を求める式に、 $I=20.008\text{m}$ を代入して考えると、

$$\delta = \frac{I}{2R} \times \rho^\circ = \left(\frac{20.008}{2 \times 200} \right) \times \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 2^\circ 51' 57.37''$$

となり、角度で考えれば 1'' 以下の誤差となるため、偏角設置において問題はない。

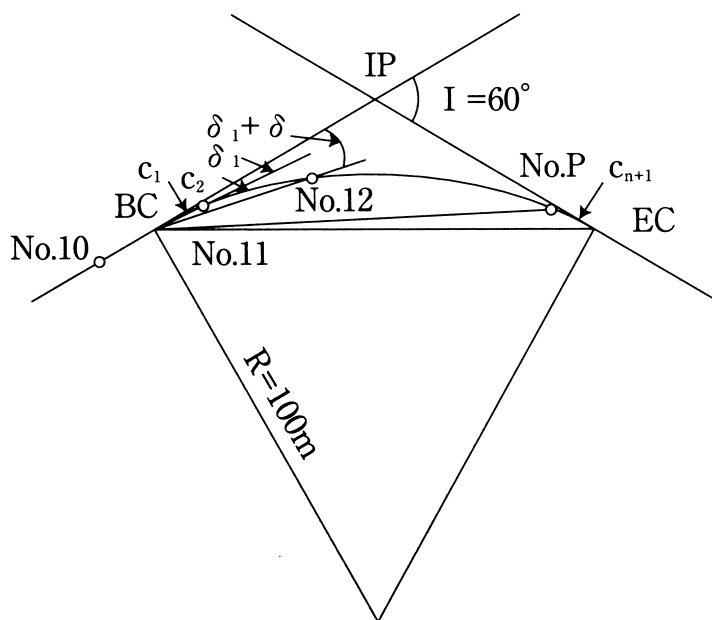
3. 偏角の計算方法

偏角の計算方法は、次のように行えばよい。

- ① 中心杭設置計算に必要な接線長 (TL : BC—IP 間) と曲線長 (CL) を計算する。
- ② 曲線始点 (BC) から最初の中心杭 (No 杭) までの弧長 C (I) を求める。(中心杭の間隔に注意する)
- ③ 曲線始点 BC における接線方向 (BC—IP 方向) を基準とした No 杭の偏角 δ_1 を曲線半径と弧長から求める。
- ④ 曲線始点 BC から、次の No 杭以降の各中心杭までの弧長は、中心杭間距離を逐次加えて求め、それに対する偏角は、中心点杭間距離に対する偏角 δ を、逐時、加えることにより求める。

4. 偏角設置法の例題

図で示されるような曲線半径 (R) 100.000m、交角 (I) 60°、交点 IP から道路の起点 No.0 までの距離(追加距離) 266.300m、中心杭間距離 20.000m とした場合、偏角法による円曲線の中心杭設置に必要な諸元の計算は、次のように行われる。



- ① 接線長を求める $T \cdot L = R \times \tan \frac{I}{2}$ により、57.740m となる。

また、曲線長は、 $C \cdot L = R \times I^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}$ (ラジアン) で表されるため、これに問題の数値を代

入すると次のようになる。 $C \cdot L = 100.000m \times 60^\circ \times \frac{3.14}{180^\circ} \doteq 104.670m$ となる。

- ② BC の位置を求めると次のようになる。266.300m (No0～IP) - 57.740m (T・L) = 208.560m
 曲線始点 BC から最初の中心杭 No11 の位置は、中心杭間距離が問題文より 20.000m であるため、
 $11 \times 20.000m = 220.000m$ よって、弧長 (C₁) は、220.000m - 208.560m = 11.440m となる。

- ③ 曲線始点 BC における接線方向 (BC～IP 方向) を基準とした No. 11 の偏角 δ_1 を曲線半径と弧長から

求める。偏角を求める式、 $\delta = \frac{l}{2R} \times \rho^\circ$ より、例題の数値を代入すると次のようになる。

$$\delta = \frac{11.44m}{2 \times 100.000m} \times \frac{180^\circ}{3.14} = 0.0572 \times 57.325^\circ = 3.2789^\circ = 3^\circ 16' 44''$$

よって、BC に TS を据え付け、IP から 3° 16' 44''、11.440m の位置に No11 の杭を設置すればよい。

- ④ No. 12 以降の各中心杭までの弧長は、中心杭間距離 20.000m を逐次加えて求め、それに対する偏角は、中心点杭間距離に対する偏角 δ を、加えることにより求める。

例えば、No12 の杭は、 $\delta = \frac{20.000m}{2 \times 100.000m} \times \frac{180^\circ}{3.14} = 5^\circ 43' 57''$ であるから、IP から

3° 16' 44'' + 5° 43' 57'' = 9° 00' 41'' の位置に、弦長 11.440m + 20.000m = 31.440m で杭を設置すればよい。

◆ 過去問題にチャレンジ！(H17-7-A)

＜IP が設置できない場合＞

図7-1のように、始点BC終点ECを結ぶ半径Rの円曲線からなる道路の建設を計画している。交角 $I = 120^\circ$ とし、交点 IP と円曲線の中点との距離を 220.00m となるようにしたとき、建設する道路の曲線半径Rはいくらか。最も近いものを次の中から選べ。なお、関数の数値が必要な場合は、巻末の関数表を使用すること。

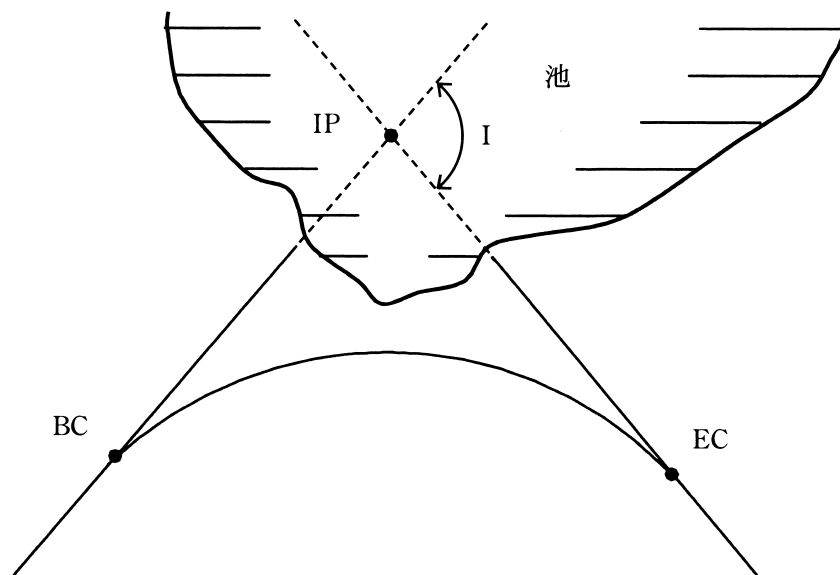
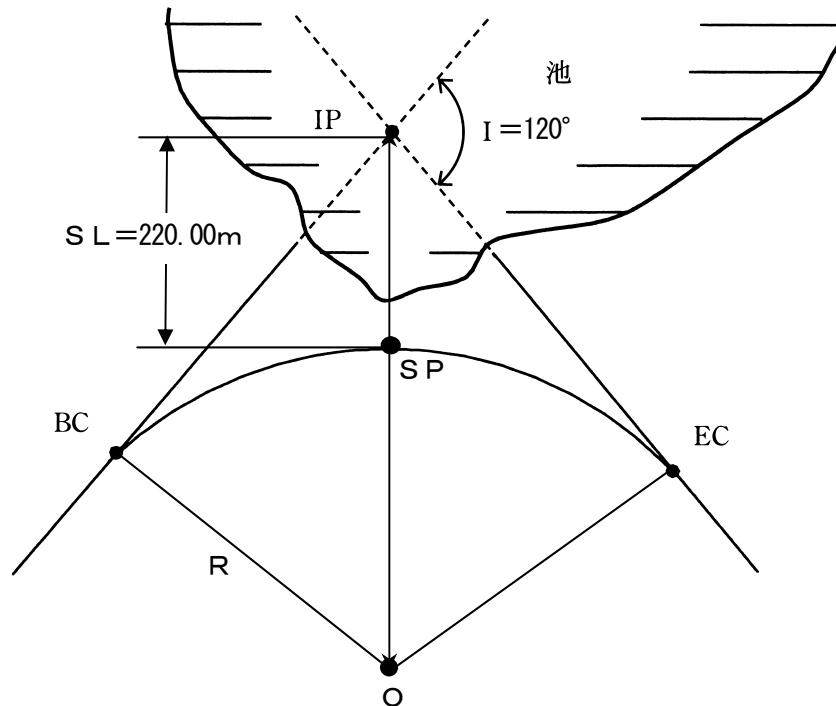


図7-1

1. 110m
2. 220m
3. 280m
4. 330m
5. 440m

< 解 答 >

問題文より、提示されているものを整理すると次のようになる。



前図に示すように、問題文と与えられた図と数値から、諸要素よりSL（セカントレングス）を計算する式を用いて、単曲線のR（半径）を求めればよい。

※ 外線長（外割、セカントレングス：SL（E））とは、単曲線の交点（I）から円曲線の中央（曲線中点：セカントポイント：SP）までの距離を表す。

◆ また、この問題を解くためには次の2方法が考えられる。

① SL（セカント・レングス）の公式を用いる方法。

最も一般的な解法である。

SLは曲率半径(R)と交角(I)を用いて、次式により表されるため、これを用いて解けばよい。

$$SL = R \left(\sec \frac{I}{2} - 1 \right) \quad \text{より、} \quad R = \frac{SL}{\sec \frac{I}{2} - 1} = \frac{220.00\text{m}}{\frac{2}{1} - 1} = 220.00\text{m}$$

$$\text{※ } \sec A = \frac{1}{\cos A} \quad \text{より、} \quad \sec \frac{I}{2} = \frac{1}{\cos \frac{I}{2}} = \frac{1}{\cos 60^\circ} = \frac{1}{0.5} = 2$$

よって、 $R = 220.00\text{m}$ となる。

② ピタゴラスの定理を用いる方法。

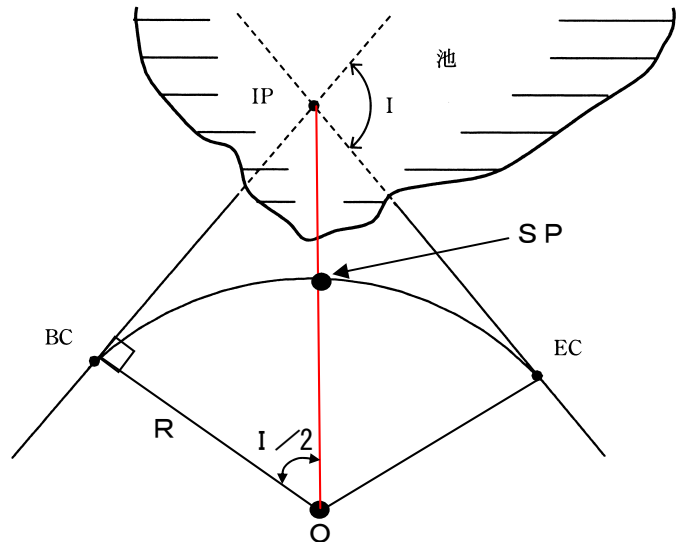
下図のように、交点（IP）から単曲線の中心（O）を結ぶと、 $\angle IP - BC - O = 90^\circ$
 $\angle IP - O - BC = I/2 = 60^\circ$ より、三角形O - BC - IPは、 $60^\circ - 90^\circ - 30^\circ$ の角度を持つ、直角三角形となる。よって、三角比を用いて考えれば、次のようになる。

$$1 : 2 = R : (R + 220.00\text{m})$$

$$\text{よって、} 2R = R + 220.00\text{m}$$

$$2R - R = 220.00\text{m}$$

$$R = 220.00\text{m}$$



解答：2

◆ 過去問題にチャレンジ！(H18-7-A)

＜障害物による計画路線の変更＞

図7-1のように、交角は 90° 、曲線半径は200mであるような、始点BCから終点ECまでの円曲線からなる道路を計画したところ、EC付近で遺跡が発見された。このため円曲線始点EC及び交点IPの位置は変更せずに、円曲線終点をEC2に変更したい。

変更計画道路の交角を 60° とする場合、当初計画道路の中心点Oをどれだけ移動すれば変更計画道路の中心点O'となるか。最も近いものを次の中から選べ。なお、関数の数値が必要な場合は、巻末の関数表を使用すること。

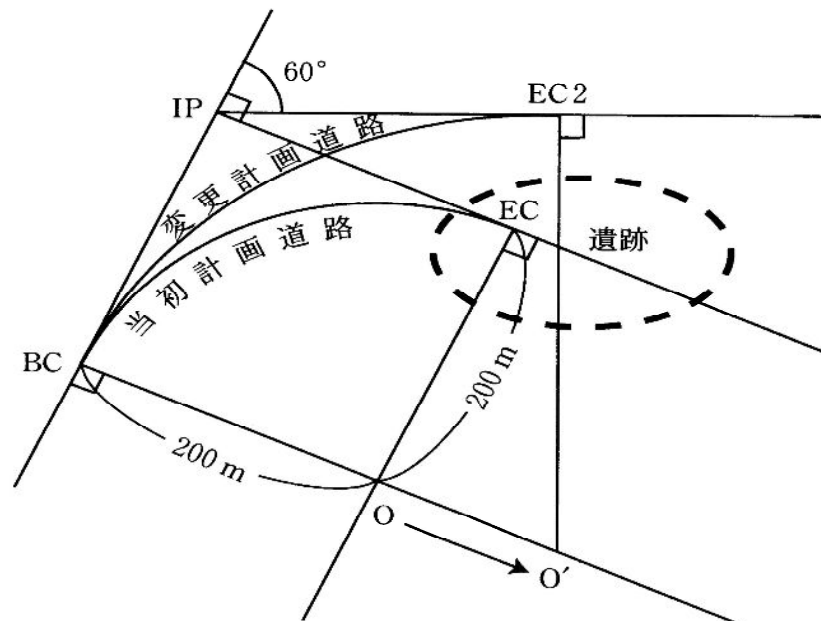


図7-1

1. 146 m
2. 156 m
3. 166 m
4. 176 m
5. 186 m

< 解 答 >

問題文により与えられた図を用いて考えると次の事が言える。

- ・ 計画変更道路の半径 (R) を求めたい。
- ・ BC～IP の長さ (T・L) は変わらない。

上記の事柄から、T・L を求め、交角が 60° の場合の半径を計算すればよいことが解る。

よって、以下に示す手順で、計算を行えばよい。

1. 計画道路の単曲線の諸要素を基に、T・L (BC～IP) を計算する。

$$T \cdot L = R \times \tan \frac{I}{2} = 200\text{m} \times \tan \frac{90^\circ}{2} = 200\text{m} \times 1 = 200\text{m}$$

2. 計画変更後の交角 (I) が 60° となった場合の曲線半径 (R) を求める。

$$T \cdot L = R \times \tan \frac{I}{2} \text{ より、} R = \frac{T \cdot L}{\tan \frac{I}{2}} = \frac{200\text{m}}{\tan 30^\circ} \div 346\text{m}$$

※T・L は、計画変更後も同じである。

3. 単曲線半径の移動量 (O - O') を求める。

$$346\text{m} - 200\text{m} = 146\text{m}$$

よって、一番近い選択肢、1. が正答となる。

(別解)

計画時の T・L が 200m であることを利用して考えると、次のようになる。

単曲線の性質から、 $\angle IP - O' - EC2 = 30^\circ$ 、 $\angle IP - EC2 - O' = 90^\circ$ であるから、三角比により次のような式が組み立てられる。

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{200\text{m}}{x} \text{ より、} x = 200\text{m} \times \sqrt{3} = 346\text{m}$$

よって、単曲線の中心の移動量は、 $346\text{m} - 200\text{m} = 146\text{m}$

解答 1

◆ 過去問題にチャレンジ！（H24-25）

< 偏角計算の問題 >

図 25 に示すように、起点を BP、終点 EP とし、始点 BC、終点 EC、曲線半径 $R=200\text{m}$ 、交角 $I=90^\circ$ で、点 O を中心とする円曲線を含む新しい道路の建設のために、中心線測量を行い、中心杭を、起点 BP を No. 0 として、20m ごとに設置することになった。

このとき、BC における、交点 IP からの中心杭 No. 15 の偏角 δ は幾らか。最も近いものを次の中から選べ。

ただし、BP～BC、EC～EP 間は直線で、IP の位置は、BP から 270m、EP から 320m とする。また、円周率 $\pi=3.14$ とする。

なお、関数の数値が必要な場合は、巻末の関数表を使用すること。

1. 19°
2. 25°
3. 33°
4. 35°
5. 57°

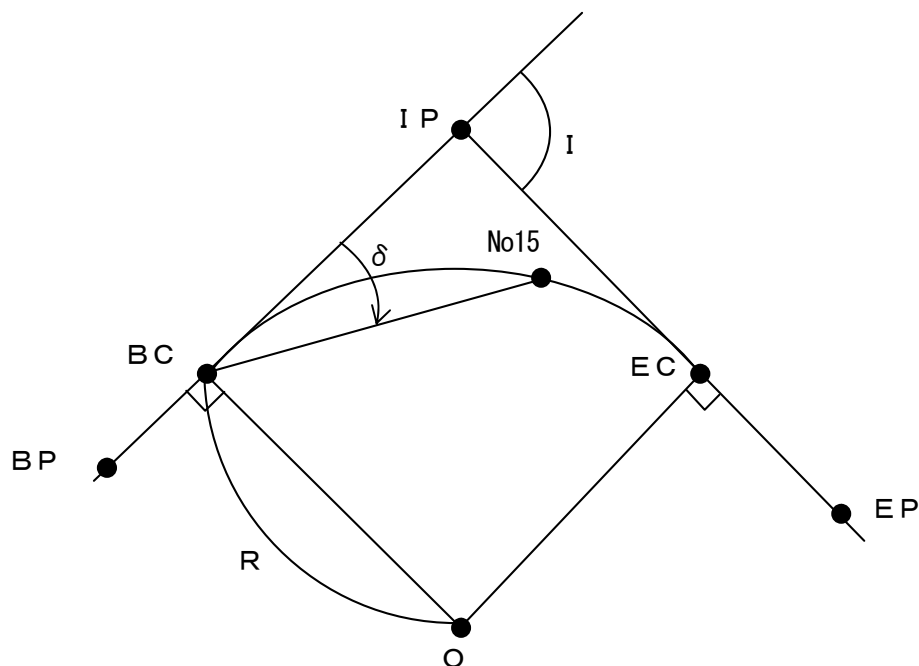


図 25

< 解 答 >

偏角計算に関する問題は、次のような手順で解く事ができる。

- ① 偏角計算式より計算手順を考える。

単曲線の偏角計算式、 $\delta = \frac{l}{2R} \times \rho^\circ$ より、問題文中に与えられていない、 l (l) を求める必要がある。

ここで、偏角計算式の l は、BC (カーブ始点) から偏角を求める点までの弧長を表しているため、解法の手順としては、まず BC の位置を求め、次に BC から中心杭 No15 までの弧長を求め、最後に偏角を計算すれば良い。

- ② BC (曲線始点) の位置を求める。

BC の位置は、IP—BP から IP—BC (TL) を引く事により求められるため、ここで TL を求めると次のようになる。

$$T \cdot L = R \times \tan \frac{I}{2} = 200 \times \tan \frac{90^\circ}{2} = 200 \times \tan 45^\circ = 200 \text{ m}$$

よって、BP (道路起点) から見た BC の位置は、 $270\text{m} - 200\text{m} = 70\text{m}$ となり、20m 間隔で設置される中心杭のナンバーでは、No3+10m となる。

※上記の+10m は追加距離と呼ばれ、BC が対象の中心杭から 10m の位置にある事を表している。

- ③ 弧長 (l) を求める。

中心杭 No15 までの弧長は、

$$\text{No15} - (\text{No3} + 10\text{m}) = (20\text{m} \times 15) - \{(20\text{m} \times 3) + 10\text{m}\} = 300\text{m} - 70\text{m} = 230\text{m} \text{ となる。}$$

- ④ BC から No15 までの偏角を求める。

$$\delta = \frac{l}{2R} \times \rho^\circ = \frac{230\text{m}}{2 \times 200\text{m}} \times 57.325^\circ = 32.962^\circ \div 33^\circ$$

※ ρ° は $180^\circ / \pi$ で表されるため、問題文より $180^\circ / 3.14 = 57.325^\circ$ を用いる。

よって、交点 (IP) から、 δ_{15} (中心杭 No15 への偏角) は、 33° となる。

解答： 3

◆ 過去問題にチャレンジ！（H13-7-A）

<No 杭の設置：路線長の計算>

※やや難しい問題であるが、チャレンジしてもらいたい。

図7-1のように、起点BP、円曲線始点BC、円曲線終点EC及び終点EPからなる直線と円曲線の道路を組み合わせた新しい道路の建設を計画している。BPと交点IPとの距離が265.47m、円曲線半径 $R=200\text{m}$ 、交角 $I=60^\circ$ としたとき、建設する道路の路線長はいくらか。最も近いものを次の中から選べ。

ただし、IP、ECおよびEPの平面直角座標系における座標値は、表7-1のとおりである。また、 $\sqrt{2} = 1.41$ 、 $\sqrt{3} = 1.73$ 、 $\pi = 3.14$ とする。

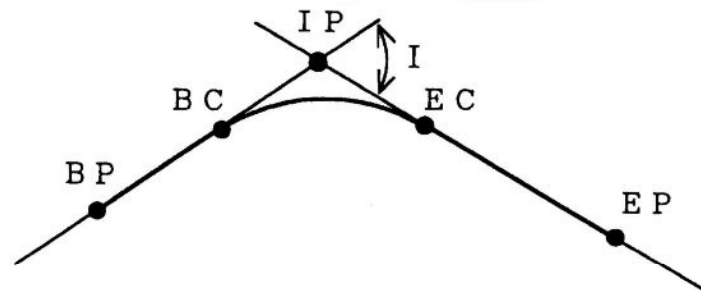


図7-1

表7-1

点名	X座標 (m)	Y座標 (m)
IP	+632.74	+529.90
EC	+574.94	+630.02
EP	+474.94	+803.23

1. 209m
2. 550m
3. 559m
4. 581m
5. 675m

< 解 答 >

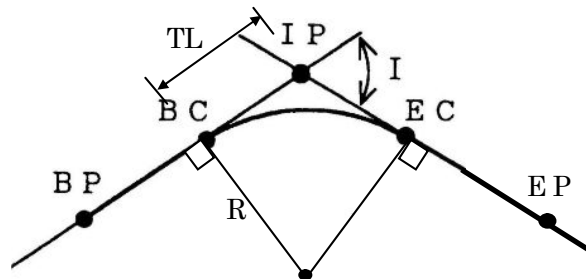
次のような手順で解答を行なえばよい。

1. BP から BC までの距離を求める。

BP から IP までの距離は問題文中に与えられているため、単曲線の諸要素から TL を計算し、BP ～BC の距離を求める。

$$TL = R \tan \frac{I}{2}$$

$$(BP \sim BC) = (BP \sim IP) - TL$$



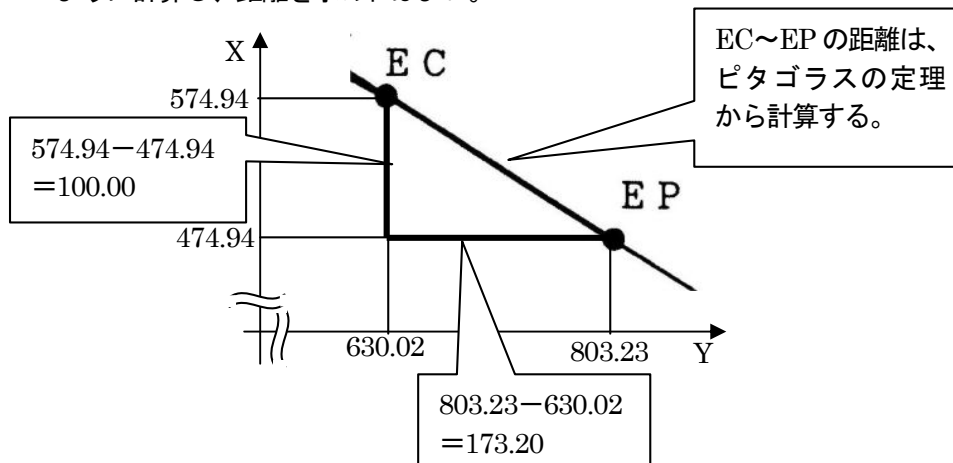
2. BC から EC までの距離（曲線長）を求める。

BC ～EC の距離は、CL として与えられるため、単曲線の公式

$$CL = RI \quad (I \text{ はラジアン}) \div 2\pi R \times \frac{I^\circ}{360^\circ} \quad \text{によって、求められる。}$$

3. EC から EP までの距離を求める。

EC ～EP 間の距離は、問題文に平面直角座標による座標値が与えられているため、座標値を次図のように計算し、距離を求めればよい。



4. 路線長は、1 ～3 までで計算された各距離を合計すればよい。

実際に数値を当てはめると次のようになる。

1. BP から BC までの距離を求める。

$$TL = R \tan \frac{I}{2} = 200\text{m} \times \tan \frac{60^\circ}{2} = 200\text{m} \times \tan 30^\circ = 200\text{m} \times 0.57735 = 115.47\text{m}$$

※ $\tan 30^\circ$ は関数表により、0.57735 となる。

$$(BP \sim BC) = (BP \sim IP) - TL = 265.47\text{m} - 115.47\text{m} = 150.00\text{m}$$

2. BC から EC までの距離を求める。

$$CL = 2\pi R \frac{I^\circ}{360^\circ} = 2 \times 3.14 \times 200\text{m} \times \frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{628}{3} \div 209\text{m}$$

3. EC から EP までの距離を求める。

ポイントの図より、

EC-EP 間の X 座標の距離は、 $574.94 - 474.94 = 100.00\text{m}$

EC-EP 間の Y 座標の距離は、 $803.23 - 630.02 = 173.21\text{m}$

よって、EC-EP の距離は、ピタゴラスの定理を用いて、

$$\sqrt{100.00^2 + 173.21^2} = \sqrt{10000 + 30002} = \sqrt{40002} \div 200\text{m} \quad \text{となる。}$$

4. 全体の路線長は次のようになる。

$$\begin{aligned} (BP \sim EP) &= (BP \sim BC) + (BC \sim EC) + (EC \sim EP) \\ &= 150.00\text{m} + 209\text{m} + 200\text{m} = 559\text{m} \end{aligned}$$

よって、解答は 559m となる。

◆ 過去問題にチャレンジ！（H13-7-D）

※難問であるが、チャレンジしてもらいたい。

<その他の問題>

図7-2のように、起点BP、円曲線始点BC、円曲線終点EC、及び終点EPからなる直線と円曲線の道路を組み合わせた新しい道路（以下「新道路」という）を建設したい。

決定された線形に基づき、交点IP、BC、EC、中心杭及び縦断変化点杭を設置したところ、No15+10mの地点において現在使用している道路（以下「現道路」という）と交差した。その後、現況の縦断面図を作成するため縦断測量を行い、表7-3の地盤高を得た。BCとECそれぞれの地盤高を変えず、BC、EC間に一定こう配の新道路を建設するとき、No15+10mの地点で現道路の地盤高と新道路の計画高の差はいくらか。最も近いものを次の中から選べ。

ただし、新道路のIPの位置は、BPから350m、EPから300m、円曲線半径 $R=200\text{m}$ 、交角 $I=90^\circ$ とし、中心杭は20mごとに設置する。また、 $\pi=3.14$ とする。

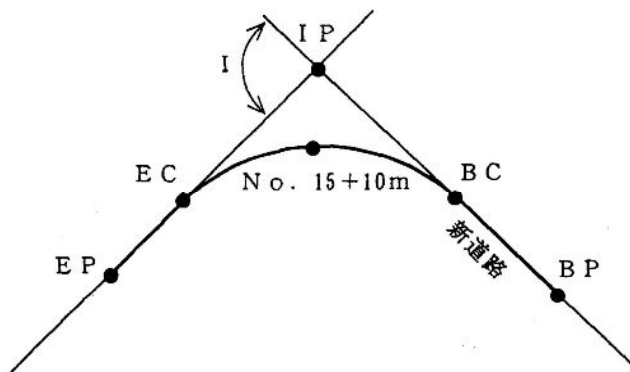


図7-2

点 名	地盤高 (m)
BP	349.0
BC	350.0
No15	368.5
No15+10m	370.5
EC	380.0
EP	383.0

表7-3

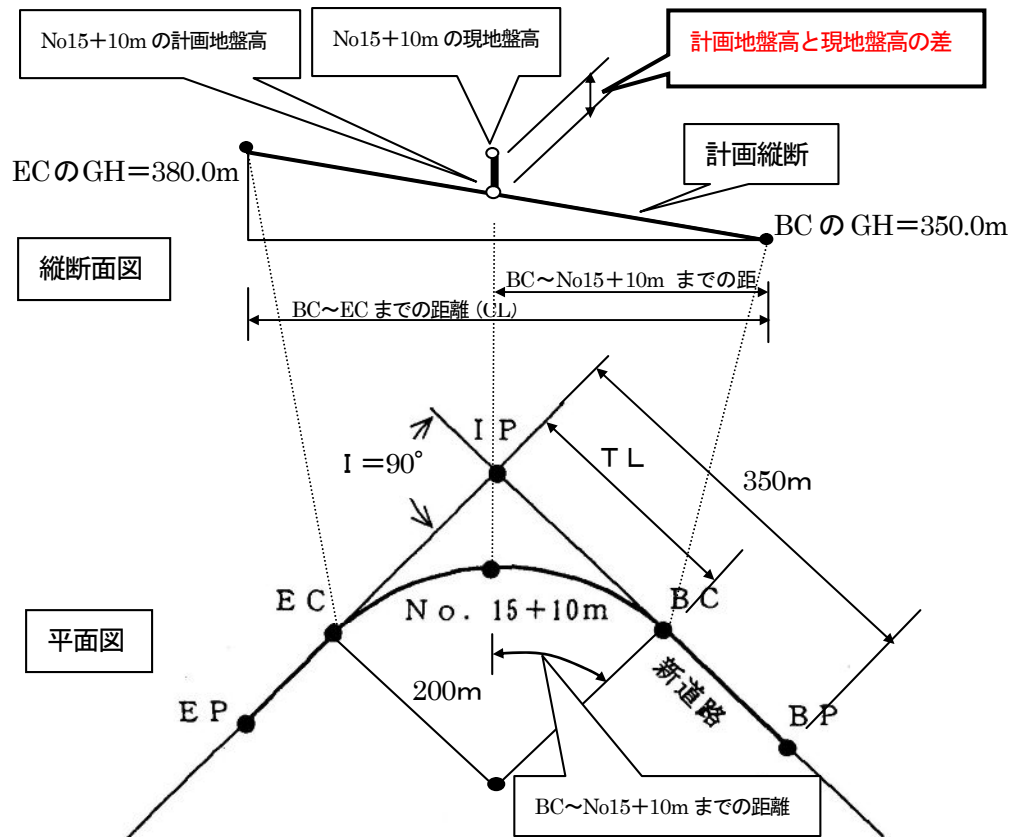
1. 4m
2. 5m
3. 9m
4. 10m
5. 20m

< 解 答 >

この問題は、路線測量の縦断線形計画についての問題である。路線測量においては、単曲線の設置を含む平面線形とあわせて、縦断線形についても理解しておく必要がある。

問題解決の手順を以下に示す。

まず問題文を整理し、図に描くと次図のようになる。



※ このような問題を解くためには、解法手順を次のように逆に考えていくと理解しやすい。

<問題の考え方>

- ・ No15+10m地点の、計画道路の地盤高と現地地盤高の差を求めたい。
- ・ 現地地盤高は、問題中の表に与えられている。
- ・ 計画道路の地盤高を知るためには、BC~EC 間の勾配を知る必要がある。
- ・ 勾配を求めるには、BC~EC 間の距離 (C・L) を求める必要がある。
- ・ No15+10m 地点の計画道路高を知るためには、BC~No15+10m 地点までの距離を知る必要がある。
- ・ No15+10m~BP (起点) までの距離はわかっているため、TL を計算して、BC~BP までの距離をまず求める。

上記の手順を逆行に行なっていけば、解答が得られる。

< 解 答 >

ポイントの内容と図をもとに、解答を行なうと次のようになる。

- ① BP～BC までの距離を求める。

$$TL = R \tan \frac{I}{2} = 200\text{m} \times \tan \frac{90^\circ}{2} = 200\text{m} \times \tan 45^\circ = 200\text{m} \times 1 = 200\text{m}$$

$$\text{よって、(BP～BC)} = (\text{BP～IP}) - TL = 350\text{m} - 200\text{m} = 150\text{m}$$

- ② BC～No15+10mまでの距離を求める。

No15+10m 杭の BP からの距離は、問題文中にあるように、No 杭が 20m 間隔で設置されている事から、 $15 \times 20\text{m} + 10\text{m} = 310\text{m}$ (BP からの距離)

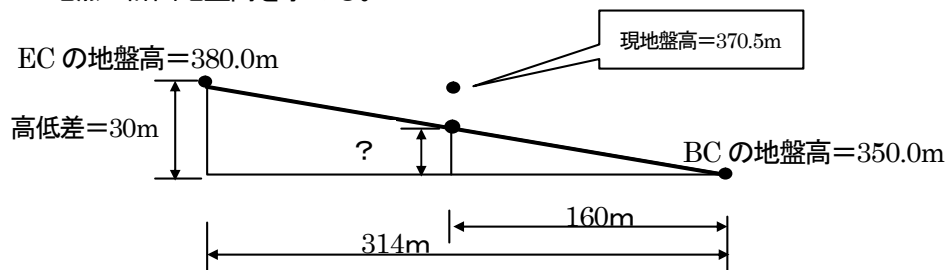
よって、BC からの距離は、

$$(\text{BP～No15+10m}) - (\text{BP～BC}) = 310\text{m} - 150\text{m} = 160\text{m} \text{ となる。}$$

- ③ BC～EC の距離 (C・L) を求める。

$$CL = 2\pi R \frac{I^\circ}{360^\circ} = 2 \times 3.14 \times 200\text{m} \times \frac{90^\circ}{360^\circ} = 1256\text{m} \times 0.25 = 314\text{m}$$

- ④ No15+10m地点の計画地盤高を求める。



問題文より、BC 及び EC の地盤高を変えずに一定勾配の道路を新設するため、上図より次のように比例計算式を組み立て、計画地盤高を求める。

$$\frac{30\text{m}}{314\text{m}} = \frac{?}{160\text{m}} \rightarrow 30\text{m} \times 160\text{m} = 314\text{m} \times ? \rightarrow$$

$$? = \frac{(30\text{m} \times 16\text{m})}{314\text{m}} = 15.28\text{m} \div 15.3\text{m}$$

よって、No15+10mの計画地盤高は、 $350.0\text{m} + 15.3\text{m} = 365.3\text{m}$

現地地盤高との差は、 $370.5\text{m} - 365.3\text{m} = 5.2\text{m}$

これより、解答群の中で最も近い値は、5m となる。

解答 2