

多角（トラバース）計算

＜試験合格へのポイント＞

多角計算（以下 トラバース計算）に関する出題は、方向角の計算、閉合差（比）の計算、座標計算と大きく3つに分類される。頻繁に出題されるのは、座標計算に関する問題であり、続いて方向角、閉合差（比）に関するものである。トラバース計算は角度と距離の計算となり三角関数も絡むため、比較的難しい印象がある。しかしその出題はパターン化されているため、過去問題をしっかりと理解すれば解けるようになる。

（★★★：最重要事項 ★★：重要事項 ★：知っておくと良い）

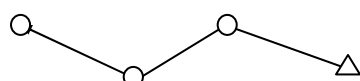
● 多角（トラバース）測量の概要 ★

多角測量（トラバース測量とも言われる）とは基準点測量等に用いられる測量手法であり、その路線の形から、開トラバース、閉合トラバース、結合トラバースなどに分けられる。

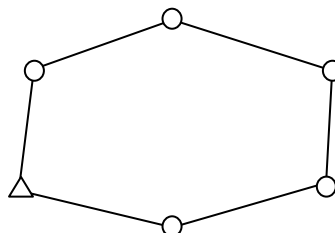
多角測量の手法を簡潔に述べると、既知点（座標の分っている点）から未知点（新点：求めようとする点、求点とも言う）までの、角度と距離を観測し、計算を用いて未知点の座標値を求めるものである。

公共測量作業規程によれば、1～2級基準点測量では結合多角方式、3～4級基準点測量は、結合多角または結合単路線方式（両方とも結合トラバースの種類）により行われる。

測量士補の出題は、結合単路線方式に関する計算問題であるため、これを理解する必要がある。



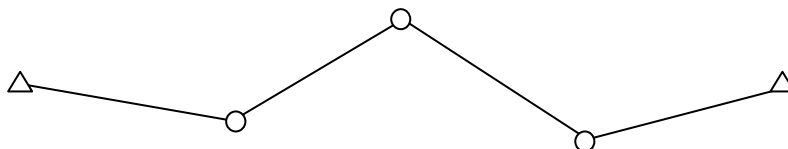
開放トラバース
既知点から出発し、未知点で終了する多角路線。



閉合トラバース
既知点から出発し、再び同じ既知点に戻る多角路線。

△：既知点
○：未知点
—：路 線

結合トラバース

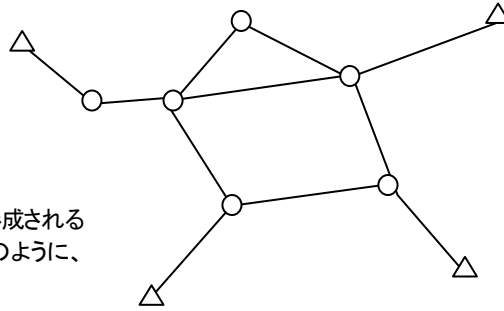


単路線方式
既知点から他の既知点に結合する路線

△：既知点
○：未知点
—：路 線

多角方式

任意の多角路線の集合により形成される路線。多角網とも言われる。図のように、様々な図形が混在する。



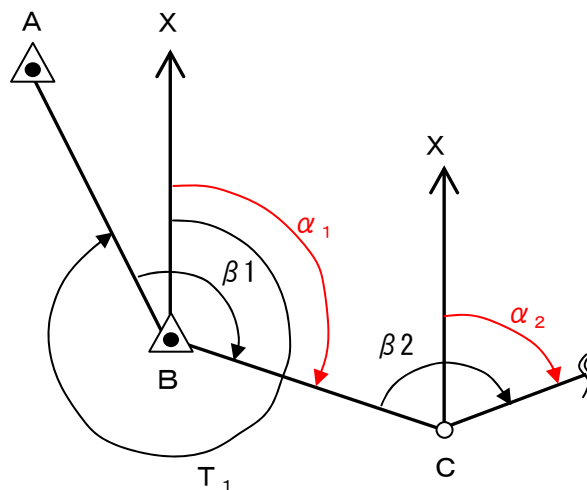
● トラバース計算の手法

一般に士補試験に出題されるトラバース計算は、結合単路線方式によるものである。ここでは、この計算手法を分類し、いくつかのパートに分けて解説する。各方式による計算や一連の計算の流れは、実務書に委ねる。

● 方向角の計算

<方向角>

方向角とは、次図のようにその座標系原点における北方向（子午線方向）と平行な線（X軸）を基準として測った角度のことであり、右回りを正（+）とし、正の方向に観測する。測量座標は数学座標と X,Y つまり縦と横の軸の記号が逆であるため注意が必要である。



方向角は取付先が必要なため、次のように呼ばれる。

T1 : B点のA点に対する方向角

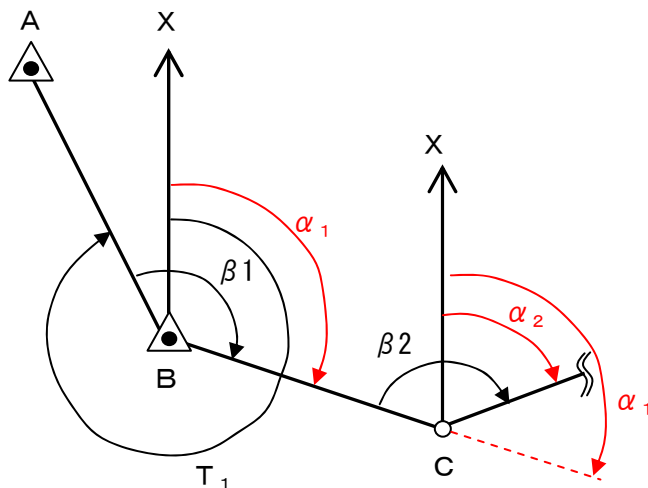
α_1 : B点のC点に対する方向角

α_2 : C点の次点に対する方向角

ちなみに、 $\beta_1 \sim 2$ は、交角（または挟角：きょうかく）と呼ばれ、この角度と測点間の距離（測線長）を測って、トラバース計算が行われる。

＜方向角計算の基本＞ ★★

前出の図を基に方向角 α_2 を求める場合を考えると次のようになる。



まず、**B点のC点に対する方向角**を求めると次のようになる。

$$\alpha_1 = (T_1 + \beta_1) - 360^\circ$$

次に、路線B—Cを延長すると図の破線ようになり、ここから前出の α_1 を用いて、 **α_2 （次点の方向角：C点のD点に対する方向角）**を求めると、次のようになる。

$$\alpha_2 = (\alpha_1 + \beta_2) - 180^\circ$$

このように、順次求めていく事により、各点（節点）における方向角が求められる。

＜方向角に関する例題＞

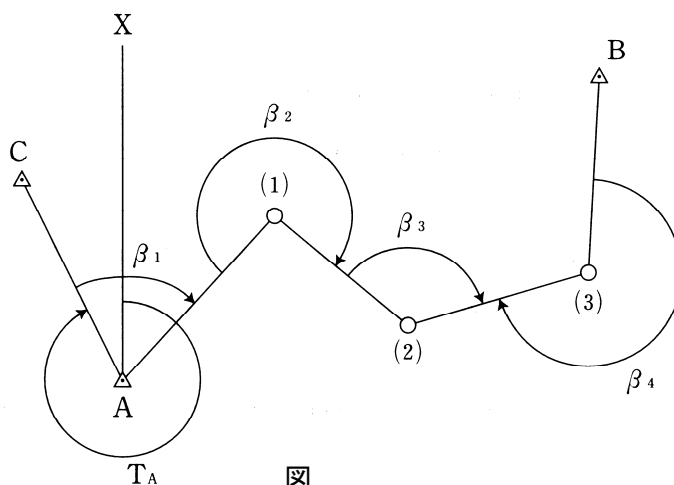
以下に、H9-1-Dの問題を例に挙げ、方向角の計算を確認する。

図のような多角測量を実施し、表の観測値を得た。新点(3)における既知点Bの方向角はいくらか。

ただし、既知点Aにおける既知点Cの方向角 T_A は $330^\circ 14' 20''$ とする。なお、関数の数値が必要な場合は、関数表を使用すること。

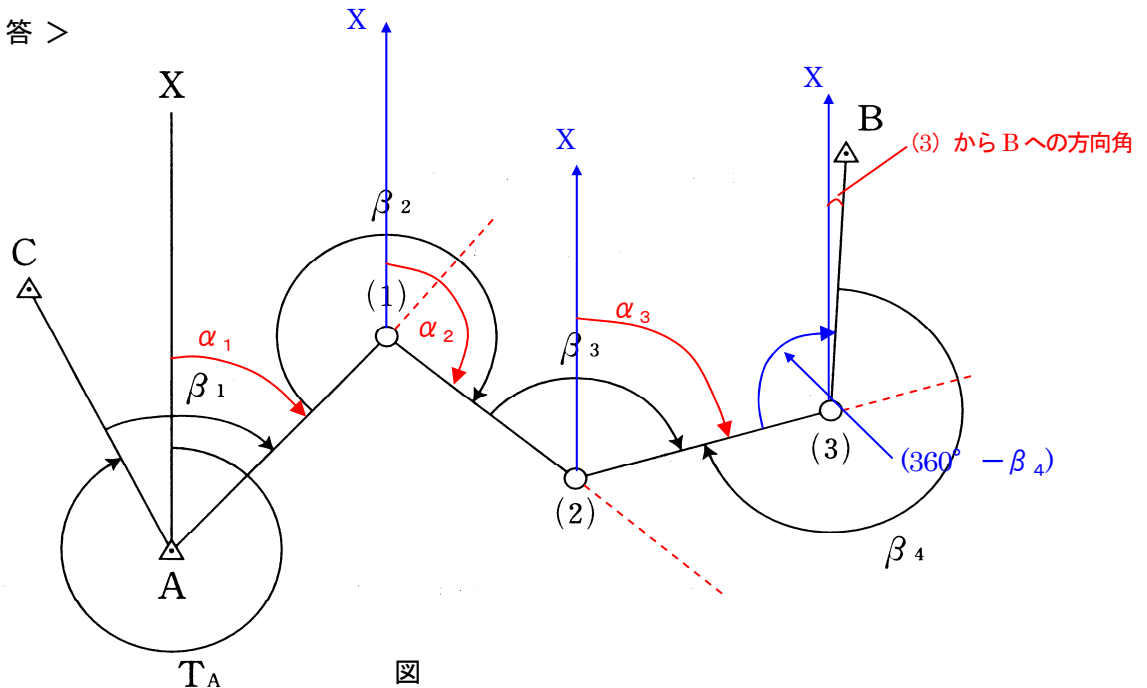
表

$\beta_1 = 80^\circ 20' 32''$
$\beta_2 = 260^\circ 55' 18''$
$\beta_3 = 141^\circ 34' 10''$
$\beta_4 = 273^\circ 2' 15''$



図

< 解 答 >



ここで、前図のように補助線を入れて考えると次のようになる。

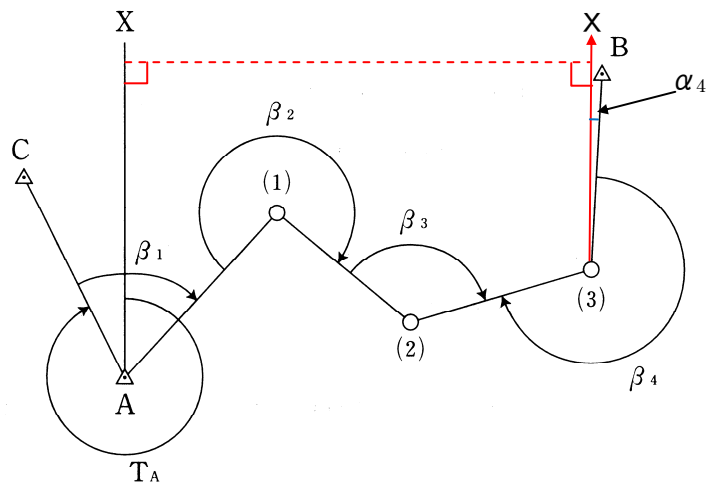
- ① α_1 の計算 $\alpha_1 = (TA + \beta_1) - 360^\circ$
- ② α_2 の計算 $\alpha_2 = (\beta_2 + \alpha_1) - 180^\circ$
- ③ α_3 の計算 $\alpha_3 = (\beta_3 + \alpha_2) - 180^\circ$
- ④ (3) から B への方角角 $= (360^\circ - \beta_4) + \alpha_3 - 180^\circ$

これに、問題文の数値を当てはめると次のようになる。

- ① $\alpha_1 = (330^\circ 14' 20'' + 80^\circ 20' 32'') - 360^\circ = 50^\circ 34' 52''$
- ② $\alpha_2 = (260^\circ 55' 18'' + 50^\circ 34' 52'') - 180^\circ = 131^\circ 30' 10''$
- ③ $\alpha_3 = (141^\circ 34' 10'' + 131^\circ 30' 10'') - 180^\circ = 93^\circ 04' 20''$
- ④ (3) から B への方角角 $= (360^\circ - 273^\circ 2' 15'') + 93^\circ 04' 20'' - 180^\circ = 0^\circ 02' 05''$
解答 $0^\circ 02' 05''$

やや面倒ではあるが、このようにして順次方向角を計算し、求める事ができる。

また別解として、次図のように閉合条件を用いて求めてもかまわない。



この結合トラバースを、前図のように補助線で結び、6角形の図形として考えると、その内角の和は、次のように表すことができる。

$$(n-2) \times 180^\circ = \beta_1 + (TA - 360^\circ) + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4' - \alpha_4 + (90^\circ + 90^\circ)$$

※ここで、 β_4' は、(3)の挟角が逆向きであるため、 $(360^\circ - \beta_4)$ を表している。

この式を展開すると、次のようになる。

$$\alpha_4 = -180^\circ (n-1) + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4' + TA$$

※ここで、 n は補助線を用いてできた角（直角部）の数も含めているため、「6」となる。

上式に問題の数値を当てはめると次のようになる。

$$\begin{aligned} \alpha_4 &= -180^\circ (6-1) + 80^\circ 20' 32'' + 260^\circ 55' 18'' + 141^\circ 34' 10'' + (360^\circ - 273^\circ 2' 15'') + 330^\circ 14' 20'' \\ &= 0^\circ 02' 05'' \end{aligned}$$

参考までに、手計算による場合は次のように角度、分、秒とそれぞれ加えると計算しやすい。

$$\beta_1 + \dots + \beta_4' = (80 + 260 + 141 + 86)^\circ \quad (20 + 55 + 34 + 57)' \quad (32 + 18 + 10 + 45)''$$

● 座標計算 ★★★

＜座標計算の基本＞

次図のように、測点間の距離と方位角が求められれば、三角関数を用いて測点間の X,Y 座標を求める事が出来る。一般的に 60 進法（度分秒）による角度に三角関数を使用すると、関数電卓を用いる必要があるが、士補試験の過去問題を見ても、三角関数表を用いれば求められる角度が与えられているため、特に心配する必要はない。

次図のような、既知点 A と未知点 B がある場合、方向角 60° 、A・B 間の距離を 100m とすると、B 点の座標位置は、次のように求められる。

Y 座標の値

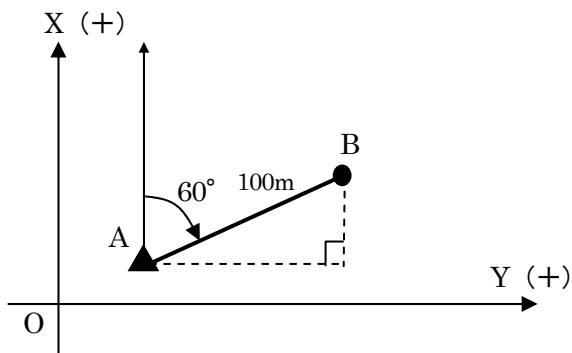
$$\begin{aligned}\cos 30^\circ &= y / 100\text{m} \text{ より、} \\ y &= 100\text{m} \times \cos 30^\circ \\ &= 100\text{m} \times 0.866\cdots = 86.60\text{m}\end{aligned}$$

X 座標の値

$$\sin 30^\circ = x / 100\text{m} \text{ より、} x = 100\text{m} \times \sin 30^\circ = 50.00\text{m}$$

よって、A 点の座標値を (0.00, 0.00) とすると、B 点の座標値は、(50.00, 86.60) となる。

また、A 点に座標値が与えられている場合は、上記の計算によって求めた B 点の座標値に、A 点の座標値を加えればよい。



また、この時の Y 座標の値を「経距：けいきょ」、X 座標の値を「緯距：いきょ」と呼ぶ。

＜座標計算に関する例題＞

以下に、H15-2-C の問題を例に挙げ、座標計算の計算を確認する。

＜H15-2-C：問題＞

点 A において、点 P は、平面直角座標系で方向角が $300^\circ 0' 0''$ 、平面距離が 1,500.000 m の位置にある。点 P の X 座標及び Y 座標の値はいくらか。

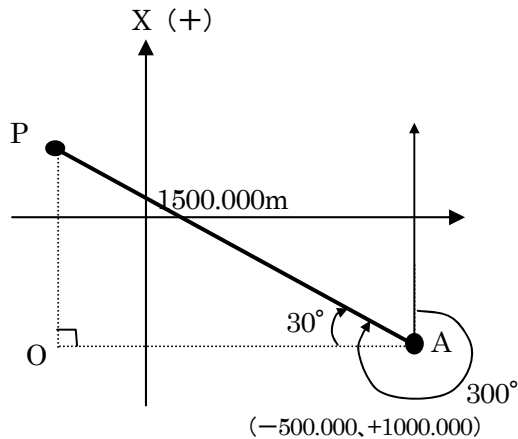
ただし、点 A の座標値は、 $X = -500.000 \text{ m}$ 、 $Y = +1,000.000 \text{ m}$ とする。なお、

$\sin 30^\circ 0' 0'' = 0.500000$ 、 $\cos 30^\circ 0' 0'' = 0.866025$ 、

$\sin 60^\circ 0' 0'' = 0.866025$ 、 $\cos 60^\circ 0' 0'' = 0.500000$ とする。

< 解 答 >

まず、問題を基に図を描くと次図のようになる。これから、点Pの概略の位置が解る。次に座標値を出すためには、角PAOを求め、次に三角形POAにおいてOP・OAの長さを求めればよいことがわかる。



座標計算に関する問題は、図が書かれていないため、このように、図を描き、双方の点の位置関係を理解する事が大切である。

まず、 $\angle PAO$ の大きさを求めると、
問題文より、点Pの位置は、A点から方向角 300° にある事がわかる。これより、 $\angle PAO = 30^\circ$ となる。

ここで、P点からA点の位置を計算すると次のようになる。

$$OP = 1,500.000 \text{ m} \times \sin 30^\circ = 1,500.000 \text{ m} \times 0.500 = +750.000 \text{ m}$$

$$OA = 1,500.000 \text{ m} \times \cos 30^\circ = 1,500.000 \text{ m} \times -0.866025 \doteq +1,299.038 \text{ m}$$

上式の結果と図により、点Pの座標値を求めると次のようになる。

$$X \text{ 座標} = -500.000 \text{ m} + 750.000 \text{ m} = +250.000 \text{ m}$$

$$Y \text{ 座標} = +1000.000 \text{ m} - 1299.038 \text{ m} = -299.038 \text{ m}$$

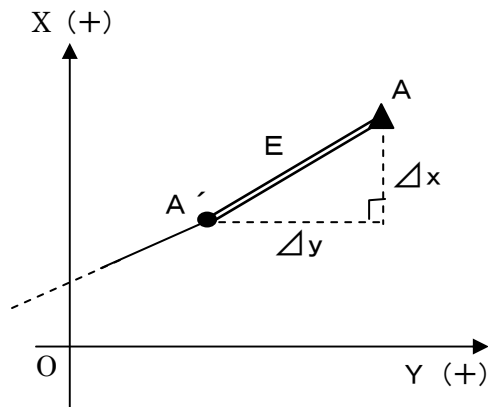
よって、点Pの座標値は、(+250.000m, -299.038m)となる。

● 閉合差（比）の計算 ★★

トラバース測量では、開トラバースを除いて必ず既知点（基準点）に結合する。この時既知点と観測値の座標値が一致すればよいが、観測誤差（距離測定と角測定の誤差）により、まず一致する事はない。

そこで閉合差（比）を用いてトラバース測量の観測精度を表し、観測値が定められた許容範囲内にあるか否かを確認する必要がある。

<閉合差（比）の基本>



左図のように、本来なら既知点Aに結合するべきであるが、A'の座標値を得てしまった場合、 $A' - A$ つまりEが閉合差（又は閉合誤差）となる。ちなみに、

Δx を緯距の閉合差

Δy を経距の閉合差

と言う。

また、閉合差 Eは、ピタゴラスの定理により、次のように求める事ができる。

$$E = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

閉合差Eの値を、トラバース測線長の総和（ ΣL ）で割ったものを、閉合比（ $1/P$ ）と呼び、次のように表す事ができる。

$$\text{閉合比} = \frac{E}{\Sigma L} = \frac{1}{P} \quad \text{※閉合比は、分子を1とした形で表す。}$$

<閉合差（比）に関する例題>

以下に、H13-2-Cの問題を例に挙げ、閉合差（比）の計算を確認する。

<H13-2-C:問題>

既知点Aから既知点Bに結合する多角測量を行い、X座標の閉合差+0.15m、Y座標の閉合差+0.20mを得た。この測量の精度を閉合比で表すといくらか。

ただし、路線長は2,450.00mとする。

< 解 答 >

①X、Y座標の閉合差から、全体の閉合差を求めると、ピタゴラスの定理より、

$$E \text{ (閉合差)} = \sqrt{\triangle X^2 + \triangle Y^2} = \sqrt{0.15^2 + 0.20^2} = 0.25\text{m} \quad \text{となる。}$$

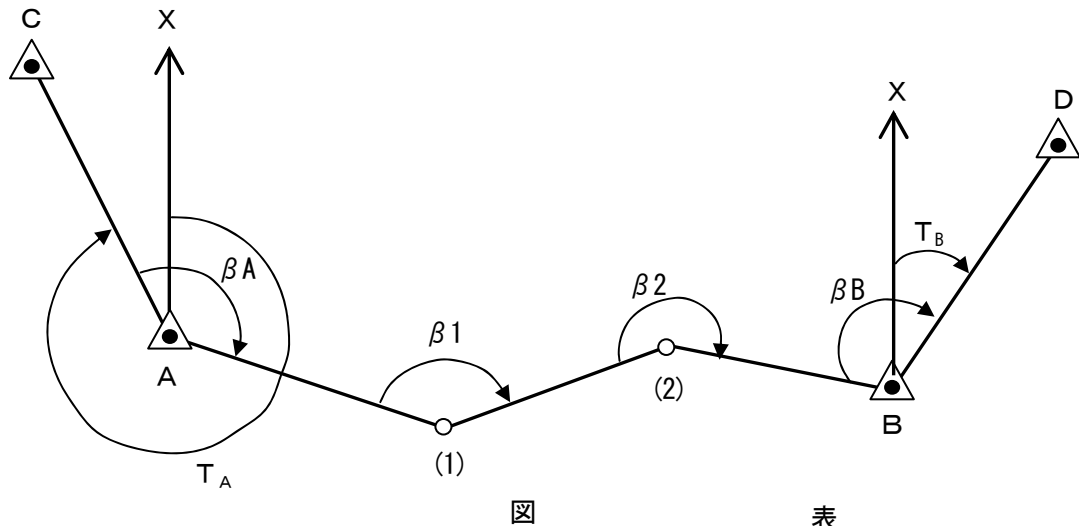
②閉合比を計算すると、

$$\text{閉合比} = \frac{E}{\sum S} = \frac{0.25\text{m}}{2,450.00\text{m}} = \frac{0.25\text{m} \div 0.25}{2,450.00\text{m} \div 0.25} = \frac{1}{9,800}$$

よって、この結合多角測量の精度（閉合比）は1／9800 となる。

◆ 過去問題にチャレンジ！（方向角の計算と調整：H4-2-D：士補出題）

図において、既知点A, B間の多角測量を行い、表の結果を得た。A点における既知点Cの方向角 $T_A = 350^\circ 02' 03''$ 、B点における既知点Dの方向角 $T_B = 42^\circ 47' 54''$ を用いて、閉合差の配分を行った。新点（1）における、新点（2）の方向角はいくらか。次の中から選べ。



表

βA	$152^\circ 02' 03''$
$\beta 1$	$120^\circ 10' 20''$
$\beta 2$	$200^\circ 18' 07''$
βB	$120^\circ 15' 25''$

1. $82^\circ 14' 18''$
2. $82^\circ 14' 20''$
3. $82^\circ 14' 21''$
4. $82^\circ 14' 22''$
5. $82^\circ 14' 24''$

< 解 答 >

まず、各節点の方向角を求めると次のようになる。

$$\begin{aligned}\alpha A &= TA + \beta A - 360^\circ = 350^\circ 02' 03'' + 152^\circ 02' 03'' - 360^\circ = 142^\circ 04' 06'' \\ \alpha 1 &= \alpha A + \beta 1 - 180^\circ = 142^\circ 04' 06'' + 120^\circ 10' 20'' - 180^\circ = 82^\circ 14' 26'' \\ \alpha 2 &= \alpha 1 + \beta 2 - 180^\circ = 82^\circ 14' 26'' + 200^\circ 18' 07'' - 180^\circ = 102^\circ 32' 33'' \\ T_B' &= \alpha 2 + \beta B - 180^\circ = 102^\circ 32' 33'' + 120^\circ 15' 25'' - 180^\circ = 42^\circ 47' 58''\end{aligned}$$

ここで本来ならば、 $T_B' = T_B$ となるべきであるが、観測方向角と問題文より与えられたB点からD点への方向角が一致しない。つまり、角度の観測に誤差が生じていると言う事になる。

この誤差の大きさは、 $T_B - T_B' = 42^\circ 47' 54'' - 42^\circ 47' 58'' = -4''$ （方向角の閉合差）となる。

よって、本来の各節点の方向角は、これを調整した（加えた）大きさとなるため、各節点への調整量を次のように求め、調整された方向角（調整方向角）を求める必要がある。

$$(\text{調整量}) = (\text{方向角の閉合差}) \div (\text{節点数}) = -4'' \div 4 = -1''$$

※ ここで注意すべき事は、各節点への調整量は、累積された値となると言う事である。これは、上記の各節点の方向角を求める式からも解る。

ここまでの値を表にまとめると次のようになる。

節点	観測方向角	調整量	調整方向角
A	142° 04' 06''	- 1''	142° 04' 05''
(1)	82° 14' 26''	- 2''	82° 14' 24''
(2)	102° 32' 33''	- 3''	102° 32' 30''
B	42° 47' 58''	- 4''	42° 47' 54''

これで、B点の方向角 $T_B' = T_B$ となり、調整が完了する。
よって、新点（1）における、新点（2）の方向角は、82° 14' 24'' となる。

解答：5

◆ 過去問題にチャレンジ！（座標計算：H12-2-C：士補出題）

図は、平面直角座標系において点 A と点 B の位置を示したものである。点 A から見た点 B の方位角 α 及び点 A と点 B 間の距離 S は表のとおりである。点 B の Y 座標値はいくらか。最も近いものを次の中から選べ。

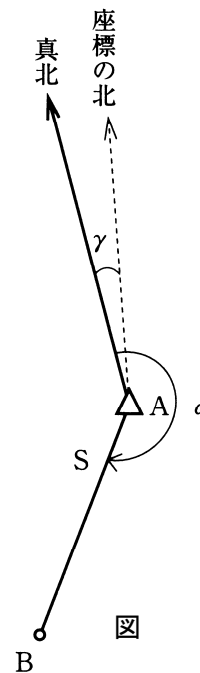
ただし、点 A の Y 座標値は +500.00m とし、真北方向角 (γ) は $-0^\circ 5' 0''$ (右回りに測った角の符号を正) とする。

なお、関数の数値が必要な場合は、関数表を使用すること。

1. -799.05m
2. -250.00m
3. +250.00m
4. +1,250.00m
5. +1,799.05m

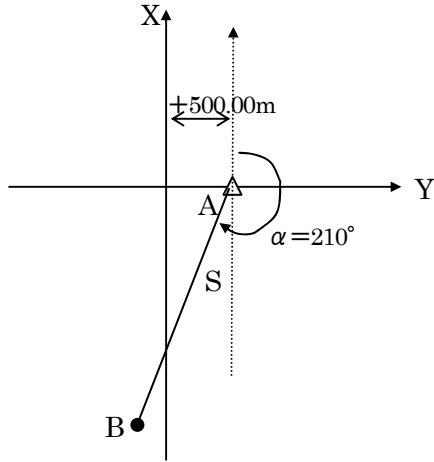
表

方位角	$\alpha = 210^\circ 05' 00''$
水平距離	$S = 1,500.00\text{m}$



< 解 答 >

次図のように座標の北から考えて、三角関数を用いて B 点の座標値を計算すればよい。



まず、座標の北（X 軸）から B 点までの方向角を求める。

$$210^{\circ} 05' 00'' - 0^{\circ} 05' 00'' = 210^{\circ} 00' 00''$$

※真北方向角を加えれば良い。

次に AB 間の距離を用いて、B 点の Y 座標の計算を行う。

$$Y_B = Y_A + S \sin 210^{\circ} \text{ より、}$$

$$Y_B = 500.00\text{m} + 1,500.00\text{m} \times -\sin 30^{\circ}$$

※ $\sin 210^{\circ}$ は $-\sin 30^{\circ}$ 、 $\sin 30^{\circ}$ は関数表により 0.5000 となる。

$$= 500.00\text{m} - 750.00\text{m} = -250.00\text{m}$$

よって、B 点の Y 座標は、 -250.00m となる。

解答 2

◆ 過去問題にチャレンジ！（方向角の計算と調整：H14-2-C：士補出題）

標準的な公共測量作業規程に基づき、トータルステーションを用いた1級水準点測量を行い、表の結果を得た。方向角及び水平位置の閉合差はいくらか。最も近いものの組合せを次の中から選べ。

ただし、表中の下線を施した数値は成果表による値である。また、成果表による既知点302から303の方向角は $229^{\circ} 07' 19''$ 、302の座標は、 $X=-87957.654\text{m}$ 、 $Y=-4783.616\text{m}$ である。

観測点番号	水平角	方向角	距離	X	Y
	° ' "	° ' "	m	m	m
304					
301	236 31 25	105 18 32		<u>-86058.940</u>	<u>-6406.933</u>
1	122 28 45	161 49 57	822.802	-781.785	256.546
2	231 17 52	104 18 42	1004.058	-248.199	972.897
302	253 30 40	155 36 34	953.893	-87088.924	-5177.490
303		229 07 14		-868.760	393.914
				-87957.684	-4783.576

表

	方向角の閉合差	水平位置の閉合差
1.	-10 秒	0.050m
2.	+5 秒	0.030m
3.	-5 秒	0.040m
4.	+10 秒	0.040m
5.	-5 秒	0.050m

< 解 答 >

観測点番号	水平角	方向角	距 離	X	Y
	301 から 1 に対する交角	301 点から 304 方向に対する方向角		m	m
304		105 18 32			
301	236 31 25	161 49 57	822.802	<u>- 86058.940</u> - 781.785	<u>- 6406.933</u> 256.546
1	122 28 45	104 18 42	1004.058	- 86840.725	- 6150.387
2	231 17 52	155 36 34	953.893	- 87088.924	- 5177.490
302	253 30 40	229 07 14		- 868.760	393.914
303				- 87957.684	- 4783.576
	成果表による方向角 229° 07' 19"		成果表によるX座標 -87957.654m		成果表によるY座標 -4783.616m

表

① 方向角の閉合差

$$\begin{aligned} \text{(方向角の閉合差)} &= \text{(正しい方向角)} - \text{(観測作業による方向角)} \\ &= 229^\circ 07' 14'' - 229^\circ 07' 19'' = -5'' \end{aligned}$$

※正しい（成果表の）方向角に対して、観測結果では、5秒足りないため、方向角の閉合差は-5秒となる。

② 水平位置の閉合差

$$\text{(閉合誤差)} = \sqrt{((-87957.684) - (-87957.654))^2 + ((-4783.616) - (-4783.576))^2}$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{(0.030)^2 + (0.040)^2} = \sqrt{0.0009 + 0.0016} = \sqrt{0.0025} = \sqrt{\frac{25}{10000}} \\ &= \sqrt{\frac{5}{100} \times \frac{5}{100}} = \frac{5}{100} = 0.050 \text{ m} \end{aligned}$$

よって、水平位置の閉合誤差は0.050mとなる。

方向角と水平位置の閉合誤差の組合せで、最も近いものの組合せは5となる。

解答 5